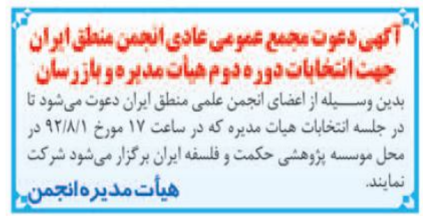
خبرنامه‌ی انجمن منطق ایران

شماره‌ی ۴، زمستان ۱۳۹۲

گزارش مجمع عمومی و انتخابات دوره‌ی دوم انجمن منطق ایران

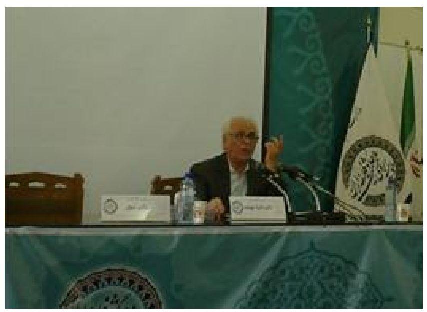
هومن محمدقربانیان
دانشگاه تربیت مدرس

بر اساس ماده‌ی ۱۰ اساسنامه‌ی انجمن‌های علمی، مجمع عمومی از گردهمایی اعضای پیوسته به‌صورت عادی یا فوق‌العاده تشکیل می‌شود. مجمع عمومی عادی سالی یک بار تشکیل می‌شود و با حضور یا رأی کتبی نصف به علاوه‌ی یکِ کل اعضای پیوسته‌ی انجمن رسمیت پیدا می‌کند و تصمیمات با اکثریت آراء معتبر می‌شود. دعوت برای تشکیل مجامع عمومی به‌صورت کتبی یا با ثبت آگهی در روزنامه‌ای کثیرالانتشار است و باید حداقل پانزده روز قبل از تشکیل مجمع به اطلاع اعضای پیوسته برسد. بدین ترتیب هیأت مدیره‌ی انجمن منطق، آگهی مجمع عمومی و دعوت به حضور اعضاء برای انتخابات دوره‌ی دوم را در تاریخ ۹۲/۶/۲۵ در روزنامه‌ی اطلاعات به چاپ رساند. همچنین برای اطلاع‌رسانی بهتر پوستری در برخی دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزشی نصب و برای همه‌ی اعضاء نیز ارسال شد.


آگهی دعوت مجمع عمومی عادی انجمن منطق ایران
جهت انتخابات دوره دوم هیات مدیره و بازرسان
بدین وســـیله از اعضای انجمن علمی منطق ایران دعوت می‌شود تا در جلسه انتخابات هیات مدیره که در ساعت ۱۷ مورخ ۹۲/۸/۱ در محل موسسه پژوهشی حکمت و فلسفه ایران برگزار می‌شود شرکت نمایند.
هیأت مدیره انجمن

براساس این دعوت قبلی، جلسه‌ی مذکور در ساعت ۱۷ روز چهاشنبه مورخ ۹۲/۸/۱ در محل موسسه‌ی پژوهشی حکمت و فلسفه‌ی ایران تشکیل شد. در این جلسه پس از قرائت آیاتی از قرآن مجید، ابتدا رئیس انجمن، جناب آقای دکتر موحد گزارشی از اقدامات انجام شده در طی دوره‌ی قبل را به اطلاع اعضاء رساندند. طبق این گزارش مراحل ثبت اداری و رسمی شدن بخش‌های مختلف انجمن به اتمام رسیده است و هیات مدیره‌ی بعدی دغدغه‌ای در خصوص این مسائل نخواهد داشت. همچنین امتیاز سالانه‌ی انجمن هر

سال ترقی داشته و از ۷۹ به ۱۲۵ افزایش پیدا کرده است. این امتیاز با توجه به برگزاری سمینار سالانه، انتخابات کمیته‌ی اجرایی، انتشار منظم خبرنامه، سخنرانی‌های پیوسته‌ی ماهانه، استفاده از یک حسابدار حرفه‌ای در تنظیم دفاتر، گسترش حضور افراد مختلف از شاخه‌های مختلف علمی در ترکیب هیأت مدیره و نظایر این اقدامات رشد چشمگیری خواهد داشت. همچنین رئیس انجمن از اعضای جدید هیأت مدیره دعوت کرد پس از انتخاب شدن، حضور فعال‌تری در اقدامات انجمن داشته باشند.

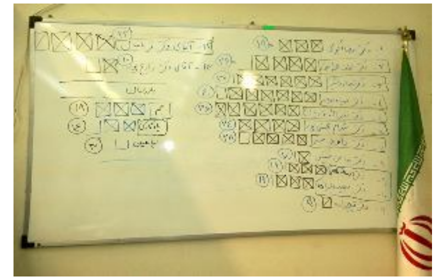


بعد از سخنرانی دکتر موحد بازرس انجمن، آقای قربانیان، گزارشی درباره‌ی فعالیت‌های انجمن و میزان درآمدها و مخارج آن ارائه کرد. مشروح این گزارش در خبرنامه‌ی قبلی چاپ شده و قابل‌دسترسی از طریق سایت انجمن نیز هست. طبق آخرین حسابرسی موجودی حساب انجمن در حدود پنجاه میلیون ریال است و عمده‌ی مخارج برگزاری سمینار سالانه با حق عضویت اعضاء و حق شرکت در سمینار تأمین شده است. البته حدود ده میلیون ریال از مخارج سمینار سالانه هم از موجودی حساب انجمن تأمین شده است و انتظار می‌رود هیأت مدیره‌ی جدید برای بازگشت این مبلغ به حساب انجمن تدبیر مناسبی بیندیشد.

در ادامه با حضور نماینده‌ی ویژه‌ی وزارت علوم دوره‌ی هیأت مدیره‌ی اول انجمن به پایان رسید و هیأت مدیره‌ی موقت با حضور خانم نباتی به عنوان رئیس، آقایان انواری و کاشی به عنوان ناظر و خانم ابراهیمی به عنوان منشی تشکیل شد. پس از معرفی نامزدهای عضویت در هیأت مدیره و بازرسی انجمن، انتخابات با حضور حدود ۵۰ نفر از اعضاء برگزار شد و در نهایت نتایج زیر به‌دست آمد:

آقایان دکتر ضیا موحد، دکتر محمد اردشیر، دکتر نصر ا... موسویان، دکتر داوود حسینی، دکتر لطف ا... نبوی، دکتر شهرام محسنی پور و دکتر هومن محمدقربانیان به عنوان اعضای اصلی هیأت مدیره‌ی انجمن انتخاب شدند. آقایان دکتر اسدا... فلاحی و دکتر مجید علیزاده نیز به عنوان اعضای علی‌البدل انتخاب شدند. همچنین سرکار خانم مهرناز جم به

عنوان بازرس انجمن و سرکار خانم ملیحه یادگاری به عنوان بازرس علی‌البدل برگزیده شدند. در پایان جلسه منتخبین و اعضای هیات مدیره‌ی موقت با امضای صورت‌جلسه‌ای انتخابات را رسماً تایید کردند.



در فاصله‌ی کوتاهی بعد از برگزاری انتخابات، بر اساس هماهنگی قبلی اولین جلسه‌ی هیأت مدیره‌ی جدید انجمن منطق در ساعت ۱۴ روز چهارشنبه ۹۲/۸/۱۵ در محل موسسه‌ی پژوهشی حکمت و فلسفه‌ی ایران تشکیل شد و در مورد تفکیک وظایفِ اعضای هیأت مدیره تصمیماتی اتخاذ شد. بر اساس این تصمیمات آقای دکتر ضیاء موحد به عنوان رئیس هیأت مدیره، آقای دکتر محمد اردشیر به عنوان نایب رئیس و آقای دکتر لطف ا... نبوی به عنوان خزانه‌دار انجمن انتخاب شدند. بدین ترتیب طبق اساسنامه‌ی انجمن کلیه اسنادِ تعهدآور با امضای دکتر موحد (رئیس هیات مدیره) یا دکتر اردشیر (نایب رئیس) و دکتر نبوی (خزانه دار) همراه با مهر انجمن و نامه-های رسمی با امضای دکتر موحد یا دکتر اردشیر معتبر خواهد بود.

برای هیأت مدیره‌ی جدید انجمن منطق ایران آرزوی توفیق روز افزون در پیشبرد اهداف انجمن داریم.

گزارش چهارمین همایش سالانه‌ی منطق ریاضی و کاربردهای آن

مقداد قاری و علیرضا مفیدی
پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

چهارمین همایش سالانه‌ی منطق ریاضی و کاربردهای آن امسال در تاریخ ۲۷ و ۲۸ آذر ماه در تالار تجمعات دانشکده‌ی ریاضی دانشگاه شهید بهشتی و با همکاری پژوهشگاه دانش‌های بنیادی (IPM) برگزار شد. برگزارکنندگان این همایش دکتر پورمهدیان از پژوهشگاه دانش‌های بنیادی و دکتر مرتضی منیری از دانشگاه شهید بهشتی بودند. ضمناً لازم به ذکر است که در سه دوره‌ی قبلی این

همایش پژوهشگاه دانش‌های بنیادی به ترتیب با دانشگاه‌های تبریز (۱۳۸۹)، اصفهان (۱۳۹۰) و کرمان (۱۳۹۱) همکاری کرده است. در ادامه به ارائه‌ی گزارشی مختصر از این رویداد و شرحی کوتاه از محتوای سخنرانی‌ها می پردازیم؛ و از ذکر جزییات فنی سخنرانی‌ها خودداری می‌کنیم.

سخنرانی‌ها به دو دسته سخنرانی‌های یک ساعته و سخنرانی‌های ۲۰ دقیقه‌ای دسته-بندی شده بودند. سخنرانی‌های یک ساعته توسط مدعوین و سخنرانی‌های ۲۰ دقیقه‌ای توسط سخنرانان مشارکتی (contributed) ایراد شد. در همایش امسال دو استاد مدعو از دانشگاه‌های خارج از ایران نیز حضور داشتند: دکتر علی عنایت از دانشگاه گوتنبرگ سوئد و دکتر یانگ یو از دانشگاه ملی سنگاپور. ایراد سخنرانی‌های این همایش بعد از خوش‌آمدگویی دکتر مرتضی منیری آغاز شد. ابتدا به ارائه‌ی توضیحاتی درباره‌ی سخنرانی-های یک ساعته‌ی همایش می‌پردازیم.

دکتر علی عنایت با سخنرانی جذاب خود تحت عنوان “What Can You Gain From Satisfaction Predicates?” آغازگر سخنرانی‌های همایش بود. موضوع این سخنرانی از این قرار بود: فرض کنید که یک تئوری پایه به نام B در زبان L داریم و با افزودن یک نماد محمولی S زبان L را به زبانی به نام L' گسترش می‌دهیم. حال در زبان جدیدِ L' مجموعه‌ای از جملات را به تئوری پایه‌ی B اضافه می‌کنیم به‌طوری‌که این جملات برخی خواص از محمول صدق را برای نماد S فرمول‌بندی می‌کنند. این تئوری جدید را B^+ می‌نامیم. بررسی ارتباطات بین دو تئوری B و B^+ از زوایای مختلف از جمله اهداف اصلی این سخنرانی بود. در این سخنرانی به حالات و نمونه‌های خاصی از B، از قبیل نظریه‌ی حساب پئانو PA، نظریه‌ی ZF (نظریه‌ی مجموعه‌ها با اصل‌بندی زرملو-فرانکل) و نیز ارتباطات گسترش‌های ذکر شده از این نظریه‌ها با تئوری‌های حساب مرتبه‌ی دوم و زیربخش‌های آن توجه ویژه‌ای شد. همچنین، دکتر عنایت به بررسی موضوعاتی از این دست پرداخت: آیا تئوری B^+ گسترشی معنایی-محافظه‌کارانه (semantically conservative) و یا گسترشی نحوی-محافظه‌کارانه (syntactically conser-vative) از B است؟ یا این‌که آیا B^+ در B قابل‌تعبیر است یا نه؟ پس از معرفی مقدمات به برخی قضایا و نتایجی اشاره شد که قبلاً در این حوزه اثبات شده بودند. سپس نتایجی

بیان شد که سخنران و همکارانش به‌دست آورده بودند.

سخنرانی یک ساعته‌ی بعدی مربوط به دکتر صالح علیاری بود. دکتر علیاری در سخنرانی خود تحت عنوان “Algebras and Topologies Contrasting Two Views of Semantics” به مقایسه‌ی معناشناسی‌های جبری و توپولوژیکی، مخصوصاً برای منطق موجهات، پرداخت. ابتدا معناشناسی جبری برای منطق موجهات معرفی شد. سپس معناشناسی توپولوژیکی با بحث پیرامون ارتباط قضیه‌ی فشردگی در منطق و قضیه‌ی فشردگی در توپولوژی آغاز شد. در ادامه معناشناسی توپولوژیکی برای منطق موجهات با استفاده از قاب‌های استون-ویتوریس (Stone-Vietoris) ارایه گردید. قاب‌های استون-ویتوریس عبارتند از قاب‌های کریپکی به همراه یک توپولوژی استون که در آن رابطه‌ی دسترسی قاب به تابعی پیوسته تبدیل می‌شود. سخنرانی با این نتیجه اخلاقی به پایان رسید که برای منطق موجهات (و همچنین بسیاری از منطق‌های دیگر) ارتباط مناسبی بین معناشناسی جبری و توپولوژیکی وجود دارد و معناشناسی توپولوژیکی به اندازه‌ی معناشناسی جبری قوی و کارآمد است.

دکتر رسول رمضانیان در سخنرانی خود با عنوان “A Propositional Probabilistic Logic” ضمن ارائه‌ی توضیحاتی درباره‌ی موضوعاتی از نظریه‌ی احتمال و سیستم‌های منطقی مرتبط با این نظریه، به ارائه‌ی یک سیستم منطقی و نیز بررسی دو معما از نظریه‌ی احتمال به نام مسئله‌ی مانتی هال (Monty Hall Problem) و مسئله‌ی دو کودک (Two Children Problem) از طریق این سیستم پرداخت. همچنین در مورد برخی از روشهای غلط در مدلسازی اینگونه مسائل و نیز در مورد برقراری قضیه‌ی صحت در این سیستم صحبت شد.

دکتر یانگ یو در این همایش به ارائه‌ی دو سخنرانی پرداخت. وی در سخنرانی اول خود که آخرین سخنرانی روز نخست همایش بود و عنوان “Nonstandard Models of Arithmetic and Ramsey's Theorem” را داشت، به ارائه‌ی بحث‌هایی درباره‌ی ارتباطات بین قضیه‌ی رمزی از ترکیبیات، زیرسیستم‌های حساب مرتبه‌ی اول و دوم و موضوعات نظریه‌ی محاسبات پرداخت. بسیاری از این موضوعات از زاویه‌ی دید ریاضیات معکوس (reverse mathematics) نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این نوع از مسائل در واقع هدف این

است که زیرسیستم‌های بهینه یا کمینه از حساب مرتبه‌ی دوم که برای اثبات یک قضیه‌ی ریاضی لازم است، پیدا شود. در این سخنرانی استفاده از مدل‌های نااستاندارد نقش مهمی را جهت بررسی قضایای رمزی ایفا می‌کرد. دکتر یانگ یو ضمن مروری بر نتایج قبلاً اثبات شده پیرامون مقایسه‌ی زیربخش‌های مختلف حساب‌های مرتبه‌ی اول و دوم با یکدیگر از نظر قدرت اثبات اصول ترکیبیاتی، به ارائه‌ی نتایجی تازه در این مورد پرداخت.

دکتر صالحی پورمهر در سخنرانی خود تحت عنوان “Cantor’s Diagonal Argument: A Characterization” مطالب جالبی پیرامون قطری‌سازی کانتور ارایه نمود. بحث با کاربردهای مختلف قطری‌سازی در شاخه‌های مختلف علم آغاز شد. اثبات‌های متنوعی از ناسازگاری اصل تصریح در نظریه مجموعه‌ها بر اساس قطری‌سازی کانتور ارایه شد و در نهایت الگویی عمومی برای همه‌ی این‌گونه اثبات‌ها ارائه شد. در واقع نشان داده شد که با استفاده از هر تابع یک‌به‌یک دلخواه و همچنین هر تابع پوشای دلخواه می‌توان اثباتی از ناسازگاری اصل تصریح ارایه داد. سپس اثبات‌های متنوعی برای قضیه‌ی کانتور در نظریه مجموعه‌ها (هیچ مجموعه‌ای با مجموعه‌ی توانی خود هم-عدد نیست) بر اساس قطری‌سازی کانتور ارایه شد و در نهایت الگویی عمومی برای همه‌ی این‌گونه اثبات‌ها ارائه شد. به علاوه در هر دو مورد نشان داده شد که اثباتهای n-دوری و بینهایت-دوری کواین از ناسازگاری اصل تصریح و قضیه‌ی کانتور حالاتی خاص از الگوی عمومی ارایه شده هستند. سخنرانی با شرح کاربردی از قطری‌سازی کانتور در نظریه محاسبه‌پذیری به اتمام رسید.

سه سخنرانی از سخنرانی‌های صبح روز دوم همایش دارای زمینه‌ی مشترکی بودند: منطق پایه‌ای ویسر (که زیر سیستمی از منطق شهودی است و در سال ۱۹۸۱ معرفی شده است). روز دوم همایش با سخنرانی دکتر محمد اردشیر تحت عنوان “Basic Dialogical Logic” شروع شد. تاریخچه‌ی منطق گفتگو به سنت یونانی و اواخر قرون وسطی (حدود ۱۲۰۰ میلادی) بازمی‌گردد؛ جایی‌که منطق به عنوان علمی برای مطالعه‌ی گفتگوها قلمداد می‌شد. در یک گفتگو دو مدعی به تبادل نظر میان یک ادعای اصلی می‌پردازند. در حین بحث طرفین باید از قوانین منطقی خاصی تبعیت کنند. در رهیافت جدید منطق گفتگو از مفاهیم نظریه‌ی بازی‌ها

به منظور ارایه‌ی معناشناسی برای سیستم‌های منطقی مختلف استفاده می‌شود. این رهیافت جدید، که با کار لورنزن (Lorenzen) در ۱۹۵۵ آغاز شده است، معناشناسی جدیدی برای منطق شهودی ارایه می‌دهد. بعداً این رهیافت منجر به ارایه‌ی معناشناسی‌ای برای منطق کلاسیک و منطق‌های غیرکلاسیک (از جمله منطق موجهات که آقای دکتر اردشیر در سخنرانی سال ۱۳۸۹ خود در دانشگاه تبریز به آن موضوع پرداختند) شد. در ادامه‌ی سخنرانی قواعد منطق گفتگو که معنای عملگرهای منطقی را مشخص می‌کند برای منطق گزاره‌ای کلاسیک و شهودی و منطق گزاره‌ای پایه‌ی ویسر ارایه شدند. معنای درستی نیز با استفاده از استراتژی‌های برد تعریف می‌شود. سخنرانی با ارایه مثال‌های مختلف در این سه نوع منطق به پایان رسید.

دکتر مجید علیزاده نیز در سخنرانی خود تحت عنوان “Residuation on Visser Algebra” به ارتباط میان منطق گزاره‌ای پایه و منطق‌های زیرساختی پرداخت. عمل‌گر کاهش یا فیوژن، نقشی اساسی در منطق‌های زیرساختی بازی می‌کند. در این سخنرانی سعی شد که اثر اضافه کردن عمل‌گر کاهش روی جبرهای ویسر به عنوان مدل‌های منطق گزاره‌ای پایه بررسی شود.

دکتر یانگ یو در سخنرانی دوم خود که آخرین سخنرانی یک ساعته همایش و با عنوان “A Real Turing Machine” بود به ارائه‌ی مدلی از ماشین تورینگ پرداخت که برای محاسبات روی اعداد حقیقی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در گذشته نمونه‌های دیگری از ایده‌های مشابه وجود داشته‌اند که از آن میان می توان ایده‌ی TTE (یعنی Type-2 Theory of Effectivity) را نام برد. در این سخنرانی یو ضمن معرفی برخی انتظارات ما از چنین مفهومی به معرفی یک ماشین تورینگ از این نوع که آن را R-ماشین (R-machine) می‌نامید پرداخت. این تعریف با تعاریف و ایده‌های قبلی از این مفاهیم متفاوت است. از عناصر بارز این تعریف این است که یک R-ماشین از یک نوار اصلی، تعداد نامتناهی ماشین تورینگ معمولی (که آنها را slave می‌نامد) و نیز یک مأمور کنترل و واگذاری امور محاسباتی به هر یک از این ماشین‌ها تشکیل شده است. هر یک از بخش‌های این سیستم تحت قواعد معرفی شده‌ای کار می‌کنند و مفهوم محاسبه کردن در این سیستم تعریف می‌شود. پس از معرفی

این مفهوم مجردِ محاسباتی برخی از خواص آن مورد بررسی قرار گرفت.

حال به صورت خلاصه‌وار به سخنرانی‌های مشارکتی بیست دقیقه‌ای هم اشاره‌ی مختصری می‌کنیم. سخنرانی‌های مشارکتی روز اول در یک جلسه‌ی یک ساعته پیش از ظهر این روز انجام گرفت.

دکتر لطف اله نبوی در سخنرانی خود تحت عنوان "قضیه‌ی گودل و برهان پرایور در منطق موجهات" به دو مقاله‌ی کوتاه از گودل و پرایور و اهمیت آن‌ها در گسترش منطق موجهات پرداخت. در مورد یادداشت گودل در سال ۱۹۳۳ که پیرامون تعبیر منطق شهودی در منطق موجهات S4 می‌باشد، به جز اهمیتی که این مقاله در منطق شهودی دارد، به این موضوع پرداخته شد که این یادداشت دارای این تز می‌باشد که منطق موجه KT4 (که در حال حاضر به S4 معروف است) با سیستم S4 لویس معادل است. بخشی از این ادعا سرانجام در سال ۱۹۴۸ توسط مک‌کینزی و تارسکی و بخش دیگری از آن در سال ۱۹۶۸ توسط کرسول و هیوز اثبات شد. در ادامه به مقاله‌ای از پرایور در سال ۱۹۶۳ پیرامون منطق موجهات محمولی S5 و اثباتی که از فرمول بارکان در آن ارایه شده بود پرداخته شد و نقش آن در مباحث منطق موجهات محمولی بررسی شد.

خانم شهره طباطبایی سیفی در سخنرانی خود تحت عنوان "معنی‌شناسی متن با استفاده از لاندای تایپ ساده" به یکی از کاربردهای منطق ریاضی در حوزه معنی‌شناسی زبانهای طبیعی پرداخت. سخنرانی با معرفی معناشناسی ریچارد مونتگیو از زبان‌های طبیعی (با استفاده از منطق‌های مفهومی intensional logics) که در سه مقاله‌ی تاثیرگذار بین سال‌های ۱۹۷۰ تا ۱۹۷۳ منتشر شده بود شروع شد. بنا به نظر مونتگیو زبان‌های طبیعی تفاوت نظری مهمی نسبت به زبان‌های صوری منطقی ندارند. سپس به یکی از نقاط ضعف این روش که مشکل یافتن مرجع ضمیر در جملات زبان طبیعی است اشاره شد. در نهایت پژوهش‌های اخیر فیلیپ دو گروت که برای حل مشکل یافتن مرجع ضمیر با روش مونتگیو طراحی شده است مطرح شد.

دکتر اسداله فلاحی در سخنرانی خود تحت عنوان “A Second Pretabular Classical Relevant Logic” ابتدا به تعریف منطق ربط، منطق‌های پیش‌جدولی، و روش‌های اثبات پیش‌جدولی بودن پرداخت.

منطق‌های پیش‌جدولی منطق‌های نامتناهی ارزشی ماکسیمال هستند؛ مانند منطق موجه S5، منطق شهودی دامت LC و منطق ربط سوبوچینسکی RM. روش‌های اثبات پیش-جدولی بودن عبارتند از روش فروکاست ادات‌های مفهومی به ادات‌های مصداقی و روش استفاده از معناشناسی کریپکی. در نهایت در این سخنرانی چند منطق ربط کلاسیک پیش جدولی جدید ارائه گردید.

سخنرانی های مشارکتی روز دوم در دو جلسه یک ساعته در صبح و بعد از ظهر این روز انجام گرفت.

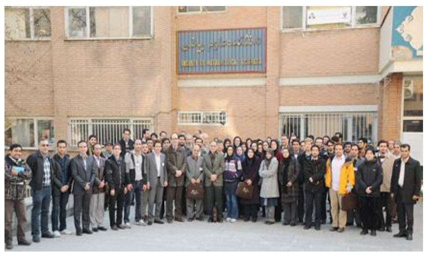
خانم فرناز قناویزی در سخنرانی خود با عنوان “A Proposed Axiom System for Atanassov Intuitionistic Fuzzy Logic (A-IFL)” یک سیستم اصل موضوعه برای منطق فازی شهودی آتاناسوف ارائه نمود. به‌طور خلاصه منطق فازی شهودی (که در سال ۱۹۸۶ توسط آتاناسوف ارایه شد) به هر گزاره ارزش <a,b> را نسبت می‌دهد که در آن a درجه‌ی درستی گزاره و b درجه‌ی نادرستی گزاره است. لازم به ذکر است که این اولین بار است که برای منطق فازی شهودی آتاناسوف سیستم اصل موضوعه ارایه می‌شود.

خانم فرزانه درخشان در سخنرانی خود تحت عنوان "دستگاه حساب رشته‌ای بدون ادغام برای منطق پایه‌ی گزاره‌ای" به ارایه‌ی دستگاه حساب رشته‌ای برای منطق گزاره‌ای پایه‌ی ویسر پرداخت، که در آن قاعده‌ی ادغام (قاعده‌ای که بیان می‌کند تکرر فرضیات در اثبات گزاره‌ها تاثیری ندارند) نه به‌صورت صریح و نه به‌صورت نهفته در صورت‌بندی دستگاه حساب رشته‌ای حضور ندارد. حذف قاعده‌ی ادغام در این دستگاه می‌تواند به اثبات خاتمه‌پذیری جستجوی اثبات کمک نماید.

دکتر کریم خانکی در سخنرانی خود با عنوان “The Banach-Tarski Paradox and Amenability: A Model Theoretic Approach” به بیان موضوعاتی درباره‌ی منطق انتگرال و قضایای وجودی برای اندازه‌ها در حیطه‌ی گروه‌های میانگین‌پذیر پرداخت. در این سخنرانی ضمن بیان موضوعاتی در رابطه با مقدمات منطق انتگرال، گروه‌های میانگین‌پذیر و نیز پارادوکس باناخ تارسکی، به بررسی وجود اندازه‌های پایدار تحت انتقالات گروه از زاویه‌ی نگاه منطق انتگرال پرداخته شد.

سخنرانی خانم دکتر رقیه صفری تحت عنوان “Linear Compactness” در مورد

زیربخشی از منطق پیوسته بود که فرمول‌هایش خطی هستند و منطق پیوسته‌ی خطی نامیده میشود. در منطق پیوسته‌ی خطی در ساخت فرمول‌ها از مجموعه‌ی محدودتری از عطف‌ها استفاده می‌شود و تعبیر فرمول‌ها توابع خطی می‌شوند. ایشان در این سخنرانی به ارائه موضوعاتی در مورد خواص منطقی و نظریه‌ی مدلی این منطق و برخی تکنیک‌ها از قبیل فراضرب‌ها پرداختند و نیز مثال‌هایی قابل اصل‌بندی در این منطق ارائه نمودند.



دکتر امیر خمسه در سخنرانی خود با عنوان “On Polarized Ramsey’s Theorem” به بیان موضوعات مرتبط با قضیه‌ی رمزی قطبی شده پرداخت. این قضیه در واقع نسخه‌ای از قضیه‌ی اصلی رمزی (Ramsey’s theorem) در ترکیبیات است که با تغییر در تعریف مجموعه‌های همگن حاصل می‌شود. در این سخنرانی جنبه‌های محاسبه‌ای و اثبات‌پذیری این مفاهیم نیز مورد بررسی قرار گرفت. این سخنرانی آخرین سخنرانی مشارکتی همایش بود.

پس از اتمام بخش علمی همایش جلسه‌ی بحث و گفتگویی برگزار شد و افراد مختلف به ارائه‌ی نظرات و پیشنهادات خود در مورد همایش پرداختند. در مورد نحوه‌ی برگزاری دور بعدی همایش هم در این بخش بحث و گفتگو شد. در نهایت همایش امسال پس از دو روز برنامه‌ی علمی فشرده، متشکل از سخنرانی‌ها، بحث‌ها و تبادل نظرها در حیطه‌های مختلف مرتبط با منطق ریاضی به اتمام رسید.

درگذشت پیتر گیچ

اسد الله فلاحی

مؤسسه‌ی پژوهشی حکمت و فلسفه‌ی ایران

پیتر توماس گیچ (۱۹۱۶ – ۲۰۱۳) فیلسوف و منطق‌دان انگلیسی در سی‌ام آذر ۱۳۹۲ (۲۱ دسامبر ۲۰۱۳) در سن ۹۷ سالگی درگذشت.

زندگی

گیچ در ۲۹ مارس ۱۹۱۶ در چلسی لندن پا به جهان گذاشت. پدرش جرج هِندر گیچ،

دانش‌آموخته‌ی کارشناسی در کالج ترینیتی در کمبریج و استاد فلسفه در لاهور بود و پس از آن به مدیریت مؤسسه‌ای آموزشی به نام «خدمات آموزشی هند» در پیشاور (در هند آن زمان و پاکستان امروز) درآمد. مادرش الیونورا ازگونیا نیز فرزند پدر و مادری مهاجر از لهستان بود و هنگامی که گیچِ پسر چهارساله بود از گیچِ پدر جدا شد و از این رو، پیتر گیچ بیشتر کودکی خود را با پدربزرگ و مادربزرگ لهستانی خود در کاردیف (شهری در ویلز انگلستان) گذراند.

پیتر گیچ در آغاز تحصیل دانشگاهی‌اش در سال ۱۹۳۸ به کلیسای کاتولیک پیوست و در همان زمان با همسر آینده‌ی خود گرترود الیزابت مارگرت انسکم (۱۹۱۹-۲۰۰۱)، فیلسوف تحلیلی بنام، که پیش از این به کلیسای کاتولیک پیوسته بود آشنا شد. گیچ و انسکم در نگارش برخی آثار مانند کتاب «سه فیلسوف» با هم هم‌کاری داشته‌اند. آنها در سال ۱۹۴۱ ازدواج کردند و حاصل ازدواج‌شان چهار دختر و سه پسر است. درباره فرزندان آنها داستان‌هایی ساخته‌اند مانند اینکه آنها برای پدر و مادر و مهمان‌ها آشپزی می‌کرده‌اند؛ گاه با لباس‌های عجیب و غریبی وارد یک همایش می‌شدند، و وقتی به یکی از آنها گفته شد که «اگر اسباب‌بازی‌ات در پذیرایی نیست پس در اتاق خواب است» با عصبانیت پاسخ داد: «اما این که از آن نتیجه نمی‌شود!». یادنامه‌نویس گیچ در روزنامه‌ی *تلگراف* این داستان‌ها را چندان دور از واقعیت نمی‌بینند.

تحصیلات

گیچ پدر، پس از بازنشستگی از مؤسسه خدمات آموزشی هند، پسرش را به خواندن کتاب‌های راسل، وایتهد، کینز، جانسون، مور و مک‌تگرت واداشت که در دوران تحصیل در کمبریج با آنها آشنا شده بود. پدر هم‌چنین به مباحثهٔ این کتاب‌ها با فرزند خود همت گماشت و همین کتاب‌ها و بحث‌ها بود که باعث شد گیچ پسر تا مدت‌ها تحت تأثیر

مک‌تگرت و قدرت استدلالی او قرار بگیرد، هرچند بعدها از بیشتر آموزه‌های غیرمذهبی او فاصله گرفت. پیتر گیچ پس از این در سال‌های ۱۹۳۸ تا ۱۹۴۴ تحصیلات دانشگاهی‌اش را در کالج بالیول در شهر آکسفورد گذراند و از سال ۱۹۴۵ تا ۱۹۵۱ در کمبریج به پژوهش‌های فلسفی پرداخت و در دانشگاه بیرمنگام از سال‌های ۱۹۵۱ – ۱۹۶۶ تدریس کرد تا آنکه به عنوان نخستین «استاد منطق» در گروه فلسفه دانشگاه لیدز استخدام و در سال ۱۹۸۱ بازنشته شد.

آثار

برخی از آثار گیچ به شرح زیرند:

۱. ترجمه نوشته‌های منطقی گوتلوب فرگه (۱۹۵۲، ۱۹۶۰، ۱۹۶۶) (به همراه ماکس بلک)
۲. خیر و شر (۱۹۶۶)
۳. افعال ذهنی: محتوا و متعلق آنها (۱۹۵۷)
۴. سه فیلسوف: ارسطو؛ آکویناس؛ فرگه (۱۹۶۱) (با همکاری انسکم)
۵. ارجاع و کلیت: بررسی چند نظریه‌ی قرون وسطایی و جدید (۱۹۶۲)
۶. تاریخ اشتباه‌های منطقی (۱۹۶۸)
۷. خدا و روح (۱۹۶۱)
۸. منطق مهم است (۱۹۷۲)
۹. خرد و استدلال (۱۹۷۶)
۱۰. گفتن و نشان دادن نزد فرگه و ویتگنشتاین (۱۹۷۶)
۱۱. صدق، عشق و فناناپذیری: درآمدی به فلسفه‌ی مک‌تگرت (۱۹۷۹)
۱۲. سخنرانی‌های ویتگنشتاین درباره روانشناسی فلسفی ۱۹۴۶-۱۹۴۷ با تعلیقات گیچ، شاه و جکسون (۱۹۸۹)
۱۳. منطق و اخلاق (۱۹۹۰)
۱۴. صدق و امید (۱۹۹۸)

چنان که از عنوان کتاب‌های گیچ به دست می‌آید، او در زمینه‌های گوناگون فلسفه، از تاریخ فلسفه و منطق گرفته تا فلسفه‌ی دین، فلسفه‌ی اخلاق، فلسفه‌ی زبان و فلسفه‌ی منطق اندیشیده و به نگارش پرداخته است.

اندیشه‌های فلسفی

۱. گیچ در سال ۱۹۵۷ در نخستین کتاب خود، افعال ذهنی، اظهار می‌کند که فراگیری مفاهیم چیزی نیست جز فرآیند یادگیری انجام دادن کارها و این دیدگاه مخالف همه‌ی فیلسوفان پیشین و فیلسوفان پیرو دکارت است که مفاهیم را تصاویری ذهنی می‌پنداشتند.

۲. بنا به برخی دیدگاه‌های اخلاقی، خوب یا بد بودن انسان‌ها (و رفتارها و اصول) چیزی نیست جز تحسین یا تقبیح آنها از سوی دیگران و ربطی به ویژگی‌های واقعی آنها ندارد. گیچ در سال ۱۹۶۰ در مقاله «Ascriptivism» این دیدگاه را با توجه به جملاتی شرطی مانند جمله‌ی زیر رد می‌کند: «اگر زید خطاکار باشد باید کیفر ببیند». واژه‌ی «خطاکار» در این جمله تنها یک معنی دارد خواه گوینده به خطاکار بودن زید باور داشته باشد یا نه.

۳. مفاهیم خوب و بد نسبی و دوموضعی هستند. «الف خوب است» ناقص است و باید گفته شود «الف جیم خوبی است». زید می‌تواند مهندس خوبی باشد چنانکه می‌تواند دزد خوبی نیز باشد اما در این صورت نمی‌تواند آدم خوبی باشد.

۴. مفاهیم وحدت و کثرت (این‌همانی و این‌نه‌آنی) نیز نسبی و چندموضعی هستند. گزاره‌های «الف همان ب است» و «الف و ب یکی هستند» ناقص است و باید گفته شود «الف و ب یک جیم هستند». گیچ با نسبی سازی مفهوم این‌همانی و وحدت، تلاش می‌کند تا تناقض نهفته در اندیشه‌ی کلیسایی «تثلیث» را حل کند: خدا، پسر و روح القدس یک خدا هستند اما یک فرد نیستند.

منطق مهم است

کتاب «منطق مهم استِ» او، کتاب منطقی مهم او است. برخی از مباحثی که گیچ در این کتاب بدان پرداخته به شرح زیر است:

۱. مقالات تاریخی، ۲. منطق قدیم، ۳. نظریه‌ی ارجاع و نحو، ۴. حیث التفاتی، ۵. گیومه و سمانتیک، ۶. نظریه‌ی مجموعه‌ها، ۷. نظریه‌ی این‌همانی، ۸. اظهار و اسنادگرایی، ۹. اوامر و استدلال عملی و ۱۰. منطق در مابعدالطبیعه و الهیات.

جملات منطقی مشهور گیچ

۱. در منطق موجهات، فرمول زیر منسوب به گیچ است:

Geach formula: $\Diamond\Box p \to \Box\Diamond p$

این فرمول در منطق‌های B و S5 قضیه است اما در T و S4 اثبات نمی‌شود. شرط سمانتیکی این فرمول به صورت زیر است:

$$\forall x\forall y\forall z\,((xRy \,\&\, xRz) \to \exists w\,(yRw \,\&\, zRw)).$$

فرمول عمومی گیچ به صورت زیر می‌تواند بسیاری از فرمول‌های وجهی آشنا (مانند D، T، B، 4 و 5) را به عنوان نمونه‌های ساده نتیجه دهد:

Genralized Geach formula:

$$\Diamond^i\Box^j p \to \Box^m\Diamond^n p$$

شرط سمانتیکی این فرمول چنین است:

$$\forall x\forall y\forall z\,((xR^i y \,\&\, xR^m z) \to \exists w\,(yR^j w \,\&\, zR^n w)).$$

۲. در صورت‌بندی جملات زبان طبیعی به زبان منطقی، جمله‌ی زیر به گیچ منسوب است:

جمله‌ی گیچ-کپلن: «**برخی منتقدان فقط یک‌دیگر را تحسین می‌کنند**»

این جمله قابل ترجمه به زبان منطق مرتبه‌ی اول نیست و تنها به کمک سورهای مرتبه‌ی دوم می‌تواند صورت‌بندی شود. پیشنهاد کواین برای صورت‌بندی فرمول گیچ در منطق مرتبه‌ی دوم چنین است:

$$\exists S\,[\exists u Su \,\&\, \forall u(Su \to Cu) \,\&\, \forall u\forall v(Su \,\&\, Auv \to Sv \,\&\, u\neq v)]$$

و یا به زبان نظریه مجموعه‌ها:

$$\exists S\,[\exists u.u\in S \,\&\, \forall u(u\in S \to Cu) \,\&\, \forall u\forall v(u\in S \,\&\, Auv \to v\in S \,\&\, u\neq v)]$$

(Quine 1973, 111 and 1982, 293).

این جمله می‌گوید مجموعه‌ای وجود دارد که اولاً ناتهی است؛ ثانیاً همه‌ی عضوهای آن منتقدند و ثالثاً همه‌ی عضوهای آن (= یعنی همان منتقدهای یاد شده) تنها یک‌دیگر را تحسین می‌کنند. به دیگر سخن، گروهی از منتقدان هستند که اعضای آن، افراد بیرون گروه را تحسین نمی‌کنند. چنان که دیده می‌شود، اشاره به گروه در کنار اشاره به اعضاء با هم آمده و دو گونه سور (یکی برای گروه و مجموعه و یکی برای اشیاء) به کار رفته است.

اثبات تعریف‌ناپذیری این فرمول در منطق مرتبه اول به کمک قضیه‌ی فشردگی انجام می‌شود. باید نشان دهیم که هیچ فرمول مرتبه اول معادل فرمول مرتبه‌ی دوم بالا نیست. برای برهان خلف، فرض می‌کنیم که یک فرمول مرتبه‌ی اول معادل آن است. در این صورت، نمونه‌جانشین زیر نیز هم‌ارز یک فرمول مرتبه‌ی اول خواهد بود:

$\exists S\ [\exists u.u\in S\ \&\ \forall u(u\in S \rightarrow u=u)\ \&\ \forall u\forall v(u\in S\ \&\ (u=0 \vee u=v+1) \rightarrow v\in S\ \&\ u\neq v)]$

که عبارت Cu با $u=u$ و عبارت Auv با $u=0 \vee u=v+1$ جانشین شده است. این فرمول هم‌ارز فرمول زیر است:

$\exists S\ [\exists u.u\in S\ \&\ \forall u\forall v(u\in S\ \&\ (u=0 \vee u=v+1) \rightarrow v\in S\ \&\ u\neq v)]$

معنای این فرمول با چند مرحله ساده‌سازی چنین است: «مجموعه‌ای ناتهی هست که هر عضو آن عضو پیشین دارد» یا به عبارت دیگر، «مجموعه‌ای ناتهی هست که کوچک‌ترین عضو ندارد». این تعبیر در مجموعهٔ اعداد طبیعی کاذب است اما در همهٔ مدل‌های نااستاندارد حساب صادق است. بنا به فرض، این فرمول یک هم‌ارز مرتبه اول دارد. اما هر فرمول مرتبه اول که در مدل‌های نااستاندارد صادق است در مدل استاندارد اعداد طبیعی نیز باید صادق باشد. این تناقض است.

مراجع

1. http://en.wikipedia.org/wiki/Peter_Geach

2. http://plato.stanford.edu/entries/plural-quant/

3. http://www.theguardian.com/education/2013/dec/26/peter-geach

4. *Peter Geach - obituary - Telegraph* http://www.telegraph.co.uk/news/obituaries/10572088/Peter-Geach-obituary.html

5. Quine, W.V., 1973, *Roots of Reference*, La Salle, IL: Open Court.

6. Quine, W. V., 1982, *Methods of Logic*, 4th ed., Cambridge, MA: Harvard University Press.

مقولاتی درباره‌ی *مقولاتی در مسئله‌ی تصمیم*

محمدصالح زارع‌پور
دانشگاه تربیت مدرس

۱. مقدمه

مؤسسه‌ی انتشارات امیرکبیر در سال ۱۳۹۱ کتابی از آقای دکتر میرشمس الدین ادیب‌سلطانی به زبان انگلیسی و با عنوان *Topics in Decision Problem*

(*مقولاتی در مسئله‌ی تصمیم*) منتشر کرد. موضوع این کتاب مسئله‌ی تصمیم (decision problem) در منطق صوری جدید یا همان منطق ریاضی است. این کتاب، چنان‌که نویسنده‌ی آن می‌گوید[1] (vii)، مبتنی بر پژوهش‌هایی است که ایشان درباره‌ی مسئله‌ی تصمیم انجام داده و ماحصل آن قریب به بیست سال پیش در کتابی به زبان فارسی و با عنوان "*پژوهشی در پیرامونِ مسئله‌ی تصمیم در منطق: طرح چند خوارزمیک تحلیلی-معنایی*" منتشر شده است. کتابی که اخیراً به زبان انگلیسی منتشر شده گزارشی نسبتاً طولانی از همان مطالب منتشر شده در کتاب دو دهه‌ی پیش است؛ البته با حذف و اضافه کردن برخی مطالب و اصلاح برخی مدعیات. من در این‌جا قصد دارم تا کتابی را که اخیراً به زبان انگلیسی منتشر شده است نقادانه بررسی کنم. با این همه به اقتضای بحث به کتابی که به فارسی منتشر شده است نیز (با عبارت "کتاب فارسی") ارجاع می‌دهم. ضمناً، چون هدفم این است که این نقد برای خوانندگان مفهوم باشد، خودم را به استفاده از معادل‌های منتخب نویسنده در کتاب فارسی و نیز نمادگذاری‌های او متعهد نمی‌کنم. به‌علاوه تلاش می‌کنم تا صورت مدعیات کتاب را با حفظ امانت در محتوا به‌نحوی بازنویسی کنم که به‌گمانم روشن‌تر است.

۲. موضوع کتاب

چنان‌که پیش‌تر گفتیم موضوع اصلی کتاب مذکور مسئله‌ی تصمیم در منطق است. در حالت کلی به مسئله‌ی تعیین عضویت یا عدم عضویت یک شیءِ به‌خصوص در یک مجموعه‌یِ به‌خصوص *مسئله‌ی تصمیم* گفته می‌شود. وقتی می‌گوئیم فلان مسئله‌ی تصمیم *تصمیم‌پذیر* (decidable) است یعنی روشی مؤثر و کارا (effective method) یا، با قدری مسامحه، الگوریتمی وجود دارد که با استفاده از آن می‌توانیم در زمانی متناهی تعیین کنیم که یک شیء دلخواه از اشیاء مورد نظر در آن مسئله‌ی تصمیمِ به‌خصوص عضو مجموعه‌ی مورد نظر در آن مسئله هست یا خیر. این روش تکلیف عضویت هر شیء به‌خصوص را در زمانی متناهی تعیین می‌کند؛ اما این به معنای تعیین تکلیف عضویت همه‌ی اشیاء مورد نظر ما در زمانی متناهی نیست. در حقیقت این روش یا الگوریتم شبیه ماشینی عمل می‌کند که یک شیء را به‌عنوان ورودی می‌گیرد و پس از زمانی متناهی در خروجی معین می‌کند که آیا این شیء عضو مجموعه‌ی مورد نظر هست یا خیر. در صورتی که چنین

الگوریتمی برای یک مسئله‌ی تصمیم به‌خصوص وجود نداشته باشد، آن مسئله *تصمیم‌ناپذیر* (undecidable) است. مجموعه‌ی همه‌ی اعداد اول را در نظر بگیرید. این مسئله که آیا عدد طبیعی داده‌شده‌ای عضو این مجموعه هست یا خیر، یک مسئله‌ی تصمیم است. این مسئله تصمیم‌پذیر است. چون به‌سادگی می‌توان الگوریتمی طراحی کرد که یک عدد طبیعی را به‌عنوان ورودی بگیرد و پس از زمانی متناهی (ولو طولانی‌تر از عمر کائنات) در خروجی مشخص کند که آیا این عدد اول هست یا خیر.

معمولاً دو مسئله‌ی تصمیم در مورد یک نظام منطقی (logical system) طرح می‌شود. مسئله‌ی اول مسئله‌ی تعیین عضویت یا عدم عضویت یک فرمول درست‌ساخت (well-formed formula) در مجموعه‌ی همه‌ی قضیه(theorem)های آن نظام منطقی (یعنی فرمول‌هایی که با استفاده از قواعد و اصول آن نظام استنتاج شوند) است. این مسئله تصمیم‌پذیر است اگر روشی مؤثر و کارا وجود داشته باشد که فرمولی دلخواه را از میان فرمول‌های درست‌ساخت در زبان آن نظام به‌عنوان ورودی بگیرد و در خروجی تعیین کند که آیا این فرمول قضیه‌ای از این نظام هست یا خیر. مسئله‌ی دوم مسئله‌ی تعیین عضویت یا عدم عضویت یک فرمول درست‌ساخت در مجموعه‌ی همه‌ی فرمول‌های منطقاً معتبر (logically valid) یا همان‌گو (tautology) های آن نظام منطقی (یعنی فرمول‌هایی که در همه‌ی تعبیر (interpretation) ها و مدل (model) های آن نظام صادق باشند) است. می‌توانیم این مسئله‌ها را به‌ترتیب مسئله‌ی *تصمیم‌پذیری نحوی* (syntactic) و *تصمیم‌پذیری معنایی* یا *معناشناختی* (semantic) بنامیم. این دو مسئله در صورتی که نظام منطقی مورد نظر صحت (soundness) و تمامیت (completeness) داشته باشد، به یک مسئله تبدیل می‌شوند.

مسئله‌ی تصمیم مورد نظر این کتاب مسئله‌ی تصمیم‌پذیری معنایی است. نویسنده در صدد بررسی این مسئله درباره‌ی منطق محمولات مرتبه‌ی اول و منطق‌های محمولات مرتبه‌های بالاتر است. یعنی می‌خواهد مسئله‌ی تصمیم درباره‌ی همان‌گو بودن یا نبودن یک فرمول درست‌ساخت در زبان این منطق‌ها را بررسی کند. با این اوصاف حداقل انتظار از نویسنده این است که در همان بخش‌های ابتدایی کتاب

به‌طور دقیق مسئله‌ی مورد نظرش را تعریف کند و آن را از مسئله‌ی تصمیم‌پذیری نحوی تمییز دهد. روشن است که انجام این‌کار منوط به به‌کارگیری مفاهیمی مثل مدل، صدق در مدل، اعتبار و همان‌گو بودن و نظایر این‌ها است. با این همه در هیچ کجای کتاب تعریف روشنی از مسئله‌ی اصلی کتاب نیامده است. یعنی اگر کسی پیش از مطالعه‌ی این کتاب نداند که مسئله‌ی تصمیم یا به‌طور خاص مسئله‌ی تصمیم درباره‌ی یک نظام منطقی چیست، مطالعه‌ی این کتاب هم کمک چندانی به او نمی‌کند.

در این کتاب برخی مفاهیم و موضوعات بسیار ابتدایی به تفصیل مورد بحث قرار می‌گیرند درحالی‌که برخی مفاهیم فنی بسیار مهم‌تر بدون تعریف به‌کار گرفته می‌شوند. مثلاً درباره‌ی قانون دمورگان (9)، مفهوم گزاره (10-12)، توصیف‌های معین و شخصیت‌های داستانی و اسطوره‌ای (35-25) و یک‌به‌یک و پوشا بودن تابع‌ها (39-36) توضیح داده می‌شود اما مفاهیمی مثل مفهوم مدل، دامنه(domain)ی مدل و مفهوم برآورده شدن یا اعتبار (satisfaction) در یک مدل بدون ارائه‌ی هیچ تعریف دقیقی به‌کار گرفته می‌شوند. مثلاً در هیچ کجای کتاب نسبت دامنه‌ی اشیاء یک مدل با خود مدل توضیح داده نمی‌شود و چنین به‌نظر می‌آید که این دو یکی فرض شده‌اند.

نکته‌ی عجیب‌تر این است که توضیحی روشن درباره‌ی این‌که مسئله‌ی تصمیم مورد نظر کتاب معنایی است و نه نحوی داده نمی‌شود. البته در این کتاب و نیز در کتاب فارسی عباراتی آمده است که نشان می‌دهد نویسنده اجمالاً متوجه تمایز تصمیم‌پذیری معنایی از تصمیم‌پذیری نحوی بوده است. با این همه ایشان در هیچ کجای کتاب توضیحی درباره‌ی وجه تمایز این مفاهیم نمی‌دهند. مثلاً نویسنده می‌گوید که برای مسئله‌ی تصمیم درباره‌ی اعتبار متناهی (یعنی اعتبار در مدل‌هایی با دامنه‌ی متناهی) از الگوریتم‌های تحلیلی-معنایی استفاده می‌کند (68). نویسنده هم‌چنین میان دو مفهوم تصمیم‌پذیری اصلِ‌موضوعی (axiomatic) یا به تعبیر ایشان ارزآغازی و تصمیم‌پذیری الگوریتمی تمیز می‌دهد (4) و تأکید می‌کند که مسئله‌ی تصمیم‌پذیری مورد نظر او تصمیم‌پذیری الگوریتمی است و نه تصمیم‌پذیری اصلِ‌موضوعی. نویسنده در کتابِ فارسی نیز می‌گوید: «رویکرد و رهیافت این پژوهش بر روی هم معنائیک (semantic) است، نه

نحوی (syntactic) یا ارزآغازی (axiomatic). بدینسان این پژوهش، طرف مقابلِ (counterpart) برنامه‌ی هیلبرت است. همچنین، از آنجا که این پژوهش خوارزمیکی و «محاسبه‌ای» است، باز در برابر روش ارزآغازی قرار می‌گیرد» [IX]. با این همه نویسنده در هیچ کجای این کتاب‌ها تعریف روشنی از این مفاهیم ارائه نمی‌کند.

به‌طور خاص نویسنده توضیح نمی‌دهد که منظور او از تصمیم‌پذیری اصلِ‌موضوعی و تصمیم‌پذیری الگوریتمی چیست. ایشان مدعی می‌شوند که این دو مفهوم را خودشان معرفی کرده‌اند (1) اما توضیحی نمی‌دهند که این مفاهیم چه معنایی دارند. شاید از محتوای کتاب چنین استنباط شود که منظور نویسنده از تصمیم‌پذیری اصلِ‌موضوعی و الگوریتمی به‌ترتیب همان تصمیم‌پذیری نحوی و معنایی باشد. اما اگر چنین باشد در مورد منطق‌هایی که دارای صحت و تمامیت هستند، این دو نوع تصمیم‌پذیری معادل یکدیگر خواهند شد. بنابراین ممکن نیست منطقی دارای صحت و تمامیت باشد و در عین حال فقط یکی از این دو نوع تصمیم‌پذیری را داشته باشد و نوع دیگر را نداشته باشد؛ یا هر دو نوع تصمیم‌پذیری را دارد و یا هیچ کدام را ندارد. با این حساب، اگر منظور از تصمیم‌پذیری اصلِ‌موضوعی و الگوریتمی به‌ترتیب همان تصمیم‌پذیری نحوی و معنایی باشد، ممکن نیست که منطق محمولات مرتبه‌ی اول تصمیم‌پذیر اصلِ‌موضوعی باشد اما تصمیم‌پذیر الگوریتمی نباشد. چون این منطق دارای صحت و بنابر قضیه‌ی تمامیت گودل دارای تمامیت است. با این همه نویسنده‌ی کتاب مدعی می‌شود که منطق محمولات مرتبه‌ی اول تصمیم‌پذیر الگوریتمی نیست اما تصمیم‌پذیر اصلِ‌موضوعی هست (4). دلیل ایشان برای تصمیم‌پذیری اصلِ‌موضوعی این منطق هم قضیه‌ی تمامیت گودل است (70). پس شاید تصمیم‌پذیری اصلِ‌موضوعی مورد نظر نویسنده همان تمامیت باشد. احتمال دیگری هم در مورد معنای مورد نظر نویسنده از تصمیم‌پذیری اصلِ‌موضوعی وجود دارد. شاید معنای مورد نظر ایشان از تصمیم‌پذیری اصلِ‌موضوعی یک نظام منطقی *نیمه‌تصمیم‌پذیری* (semidecidability) نحوی آن نظام باشد. یک نظام منطقی *نیمه‌تصمیم‌پذیر نحوی* است هرگاه روشی مؤثر و کارا یا الگوریتمی وجود داشته باشد که بتواند در زمانی متناهی قضیه بودن جمله‌ای دلخواه از زبان آن نظام منطقی، مانند φ، را (در صورتی که واقعاً قضیه‌ای از آن نظام باشد)

تأیید کند. در عین حال لزومی ندارد که این روش یا الگوریتم بتواند قضیه نبودن φ (در صورتی که واقعاً قضیه‌ای از آن نظام نباشد) را نیز تأیید کند. می‌توان اثبات کرد که اگر مجموعه‌ی اصول یک نظام منطقی تصمیم‌پذیر باشد آن‌گاه آن نظام نیمه‌تصمیم‌پذیر نحوی است. از آن‌جایی که مجموعه‌ی اصول نظام منطق محمولات مرتبه‌ی اول متناهی و بنابراین تصمیم‌پذیر است، این نظام نیمه‌تصمیم‌پذیر نحوی است؛ هر چند چنان‌که خواهیم دید تصمیم‌پذیر نحوی یا معنایی نیست (اردشیر ۱۳۸۳، ص. ۱۳۶-۱۳۴). از آن‌جایی که نویسنده مدعی است که منطق محمولات مرتبه‌ی اول در حالت کلی تصمیم‌پذیر اصلِ‌موضوعی است اما تصمیم‌پذیر الگوریتمی نیست، شاید مقصود او از تصمیم‌پذیری اصلِ‌موضوعی همان نیمه‌تصمیم‌پذیری نحوی و مقصود او از تصمیم‌پذیری الگوریتمی همان تصمیم‌پذیری نحوی یا معنایی است. در هر حال مسلم است که با این همه ابهام خواننده از درک مقصود دقیق نویسنده از مفاهیمی که خودش معرفی کرده است باز می‌ماند.

نکته‌ی آخر این‌که الگوریتمی بودن یا نبودن نمی‌تواند وجه تقسیم تصمیم‌پذیری باشد. زیرا چنان‌که پیش‌تر گفتیم تصمیم‌پذیری یک مسئله‌ی تصمیم به‌معنای وجود روشی مؤثر و کارا یا الگوریتمی برای پاسخ دادن به آن مسئله است. بنا بر این تعریف همه‌ی تصمیم‌پذیری‌ها الگوریتمی هستند. یک نظام منطقی هم چه تصمیم‌پذیر نحوی و چه تصمیم‌پذیر معنایی باشد، تصمیم‌پذیر الگوریتمی است. علی‌ای‌حال با مسامحه‌ی بسیار می‌پذیریم که موضوع این کتاب تصمیم‌پذیری معنایی نظام‌های منطقی مختلف است. حال ببینیم که این موضوع به چه شکلی مورد بررسی قرار گرفته است.

۳. محتوای کتاب

این کتاب در دو فصل تنظیم شده است. فصل اول درباره‌ی منطق محمولات مرتبه‌ی اول و تصمیم‌پذیری معنایی این منطق است. فصل دوم درباره‌ی منطق محمولات مرتبه‌ی دوم و مرتبه‌های بالاتر و نیز نظریه‌ی انواع (theory of types) و تصمیم‌پذیری معنایی این نظام‌های منطقی است. ضمیمه‌ی اول کتاب درباره‌ی پارادکس دروغ‌گو و ضمیمه‌ی دوم کتاب درباره‌ی حدسی در نظریه‌ی اعداد است. ما در این نقد به بررسی محتوای فصل اول کتاب و نیز ضمیمه‌ی دوم اکتفا می‌کنیم. در این بخش در مورد فصل اول کتاب صحبت

می‌کنیم. این فصل بیش از دوسوم حجم کتاب را به‌خود اختصاص داده است؛ با معرفی زبان منطق محمولات مرتبه‌ی اول آغاز می‌شود، منطق‌هایی را معرفی می‌کند که دارای ادات این‌همانی و/یا عمل‌گرهای تابعی هستند و در نهایت به مسئله‌ی تصمیم‌پذیری درباره‌ی این منطق‌ها می‌پردازد. ایده‌ی کلی نویسنده در فصل اول این است که الگوریتم تصمیم‌پذیری برای منطق گزاره‌ها، یعنی الگوریتم مبتنی بر جدول‌های ارزش، را برای تصمیم‌پذیری منطق محمولات مرتبه‌ی اول نیز به‌کار بگیرد و قضایایی را در این خصوص اثبات کند. من سعی می‌کنم که ابتدا ایده‌ی کار نویسنده را هم‌دلانه توضیح دهم و بعد آن را نقد کنم.

یک فرمول درست‌ساخت یا یک جمله‌ی ملکولی در منطق گزاره‌ها، مثلاً φ، را درنظر بگیرید. از آن‌جایی که در منطق کلاسیک ادات‌های منطقی تابع ارزشی (truth-functional) هستند، ارزش φ در هر مدل یا تعبیر منطق گزاره‌ها به‌طور یکتا از روی ارزش مؤلفه‌های اتمی آن در مدل یا تعبیر مورد نظر تعیین می‌شود. فرض کنید φ، n مؤلفه‌ی اتمی متمایز، مثل P_1، P_2، ... و P_n داشته باشد. در هر تعبیر هر یک از این جمله‌های اتمی می‌توانند صادق یا کاذب باشند. بنابراین تعداد آرایش‌ها و ترکیب‌های مختلفی که از صدق و کذب این جمله‌های اتمی ایجاد می‌شود 2^n است. این آرایش‌ها و ترکیب‌های مختلف تعبیرهای منطق گزاره‌ها را به 2^n دسته‌ی مختلف تقسیم می‌کنند. به‌نحوی که مجموعه‌ی جمله‌های P_1، P_2، ... و P_n در تمامی تعبیرهای یک دسته به یک شکل و مطابق یکی از آن 2^n آرایش مختلف ارزش‌گذاری شده‌اند. بنابراین ارزش φ در تمامی تعبیرهای یک دسته یک‌سان است. در نتیجه می‌توانیم با استفاده از جدول ارزشی که 2^n سطر دارد و ارزش φ را در هر یک از آن 2^n آرایش مختلف بررسی می‌کند، ارزش φ را در تمامی تعبیرهای منطق گزاره‌ها تعیین کنیم و تصمیم بگیریم که آیا فرمول φ یک همان‌گو در منطق گزاره‌ها هست یا خیر. این‌کار ممکن است چون اولاً تعداد آرایش‌های مختلفی که باید بررسی شوند و ثانیاً تعداد ادات‌های منطقی موجود در فرمول φ *متناهی* هستند. خلاصه این‌که با استفاده از جدول‌های ارزش الگوریتمی برای تصمیم‌پذیری معنایی منطق گزاره‌ها ساخته می‌شود. به‌علاوه چون منطق گزاره‌ها دارای صحت و تمامیت است الگوریتم ساخته شده تصمیم‌پذیری نحوی منطق گزاره‌ها را نیز نشان می‌دهد. در حقیقت منطق گزاره‌ها تصمیم‌پذیر معنایی است چون

به ازای هر فرمول دلخواه φ می‌توان همه‌ی تعبیرهای این منطق را به تعدادی متناهی دسته تقسیم کرد که در همه‌ی تعبیرهای که در یک دسته قرار دارند ارزش φ یک‌سان باشد. بعد با بررسی یک تعبیر از هر دسته درباره‌ی ارزش φ در تمامی تعبیرهای منطق گزاره‌ها تصمیم گرفت و در نهایت نشان داد که آیا φ نسبت به تعبیرهای منطق گزاره‌ها منطقاً معتبر هست یا خیر.

در حالت کلی چنین امکانی درباره‌ی منطق محمولات مرتبه‌ی اول وجود ندارد. آلونزو چرچ (Alonzo Church) در سال ۱۹۳۶ با استفاده از قضیه‌ی ناتمامیت حساب پئانو (Peano Arithmetic/PA) که پنج سال پیش از آن توسط گودل اثبات شده بود، اثبات کرد که منطق مرتبه‌ی اول برای زبانی که دست‌ِکم یک محمول‌نشانه‌ی دو موضعی داشته باشد، تصمیم‌ناپذیر است (اردشیر ۱۳۸۳، ص. ۱۳۴). اما مسئله‌ی تعیین اعتبار یک جمله (فرمول درست‌ساختی که متغیر آزاد نداشته باشد) در تعبیرهایی که دامنه‌ی سخن آن‌ها به اندازه‌ی یک عدد طبیعی به‌خصوص، مثلاً n، عضو داشته باشد، تصمیم‌پذیر است. چون مسئله‌ی تصمیم درباره‌ی اعتبار یک جمله‌ی مرتبه‌ی اول در تعبیرهایی با دامنه‌ی n عضوی (نویسنده این مسئله را مسئله‌ی n-اعتبار می‌نامد) را می‌توان به مسئله‌ی تصمیم در منطق گزاره‌ها فروکاست. گام‌های فروکاهش مسئله‌ی n-اعتبار در منطق مرتبه‌ی اول به مسئله‌ی تصمیم منطق گزاره‌ها چنین است:

فرض کنید می‌خواهیم مسئله‌ی n-اعتبار جمله‌ی φ را بررسی کنیم. می‌توان اثبات کرد (اردشیر ۱۳۸۳، ص. ۱۱۰) که جمله‌ای مانند ψ وجود دارد که منطقاً معادل φ است و صورت کلی آن چنین است که همه‌ی سورهای آن، اعم از وجودی یا عمومی، یکی پس از دیگری در سمت چپ این جمله ظاهر شده‌اند و بعد از آخرین سور سمت راست فرمولی بدون سور قرار دارد. در این حالت ψ صورت نرمال پیش‌وندیِ φ (prenex normal form) نامیده می‌شود. حال می‌توانیم سورهای ψ را یکی‌یکی از سمت چپ نسبت به n عضو دامنه‌ی مورد نظرمان و به شکل ترکیبی از عطف و فصل جمله‌های اتمی فاقد متغیر بسط دهیم (برای مطالعه در خصوص کیفیت دقیق بسط دادن سورها در یک فرمول با صورت نرمال پیش‌وندی فصل هشتم از (Hausman et al. 2010) را ببینید). با اتمام این فرآیند جمله‌ی φ در عمل به یک

جمله‌ای ملکولی منطق گزاره‌ها تبدیل می‌شود. برای نمونه اگر بخواهیم جمله‌ی $\forall x\exists yRxy$ در عالم سخنی با دو عضو به نام‌های a و b بسط دهیم، ماحصل کار به این شکل خواهد بود: $(Raa\vee Rab)\wedge(Rba\vee Rbb)$. روشن است که مسئله‌ی تصمیم درباره‌ی اعتبار چنین فرمولی همان مسئله‌ی تصمیم در منطق گزاره‌ها است.

با این توضیحات روشن می‌شود که می‌توان با استفاده از جدول ارزش الگوریتمی برای تصمیم درباره‌ی مسئله‌ی n-اعتبار در منطق مرتبه‌ی اول به ازای هر عدد مفروض n ارائه داد. اما نمی‌توان با استفاده از این روش الگوریتمی ارائه کرد که در زمانی متناهی درباره‌ی مسئله‌ی اعتبار در همه‌ی مدل‌هایی که دامنه‌ی متناهی دارند (نویسنده این مسئله را مسئله‌ی اعتبار متناهی (finite validity) می‌نامد)، و نه فقط مدل‌هایی که عدداصلی دامنه‌شان عدد به‌خصوص n است، تصمیم بگیرد. چون اگر بخواهیم اعتبار متناهی جمله‌ی مرتبه‌ی اول φ را با استفاده از روش بالا بررسی کنیم، باید به ازای هر عدد طبیعی مانند m آن را نسبت به اعضای یک دامنه‌ی m عضوی بسط دهیم و یک جدول ارزش ترسیم کنیم. حال از آن‌جایی که تعداد اعداد طبیعی نامتناهی است، تعداد گام‌هایی که برای تعیین اعتبار متناهی جمله‌ی φ باید طی کنیم نامتناهی خواهد بود. یعنی عملاً تصمیم‌پذیری درباره‌ی اعتبار متناهی از این طریق ناممکن است. مضاف بر این‌که منطق مرتبه‌ی اول مدل‌ها و تعابیری با دامنه‌ی نامتناهی هم دارد و بسط جملات مرتبه‌ی اول نسبت به اعضای دامنه‌ی این مدل‌ها ممکن نیست. چون ماحصل کار جملاتی با طول نامتناهی می‌شود. حال آن‌که جملات درست‌ساخت منطق گزاره‌ها نمی‌توانند طول نامتناهی داشته باشند.

توضیحات بالا نشان می‌دهد که عملاً روش جدول ارزش روشی مناسب برای مطالعه‌ی مسئله‌ی تصمیم‌پذیری منطق محمولات مرتبه‌ی اول نیست. با این همه نویسنده‌ی کتاب با سماجتی عجیب مصر است که از این روش بسیار ابتدایی برای مطالعه در خصوص مسئله‌ی تصمیم‌پذیری منطق محمولات مرتبه‌ی اول استفاده کند. حجم زیادی از فصل اول کتاب صرف توضیح کیفیت استفاده از جدول ارزش به‌منظور تصمیم‌گیری درباره‌ی اعتبار یک جمله‌ی مرتبه‌ی اول می‌شود. نویسنده تلاش می‌کند تا با تکیه بر روش جدول ارزش و برخی روش‌های ترکیبیاتی

بسیار مقدماتی درباره‌ی اعتبار یا عدم اعتبار فرمول‌هایی با ساختارهای متفاوت در رده‌های مختلفی از مدل‌ها (که تعداد اعضای دامنه‌شان متفاوت است) حکم دهد. به‌طور دقیق‌تر، مفهوم عدد *مطلق* (absolute number) و عدد *ویژه* (especial number) را برای یک فرمول تعریف می‌کند (4, 85-89) و تلاش می‌کند تا مقدار این اعداد را برای فرمول‌های مختلف به‌دست بیاورد. البته فهمیدن این‌که معنای مورد نظر نویسنده از دو مفهوم عدد مطلق و عدد ویژه چیست بسیار دشوار است. اجمالاً این‌طور به‌نظر می‌رسد که این دو عدد چنین تعریف می‌شوند: فرمولی با صورت نرمال پیش‌وندی مانند فرمول $Qx_1Qx_2\ldots Qx_n\psi_{x_1x_2\ldots x_n}$ (که در آن $\psi_{x_1x_2\ldots x_n}$ یک فرمول بدون سور است و $Q\in\{\forall,\exists\}$) را در نظر بگیرید. عدد مطلق این فرمول عددی است که با مطالعه بر روی تعداد، ترتیب و نحوه‌ی چینش سورها در $Qx_1Qx_2\ldots Qx_n$ به‌دست می‌آید و کرانی برای تست اعتبار متناهی فرمول مذکور به‌دست می‌دهد (4, 85-87). وقتی می‌گوییم عدد مطلق فرمول بالا n است یعنی اگر این فرمول، n-معتبر باشد آن‌گاه $n+1$-معتبر و دارای اعتبار متناهی نیز هست. در مقابل عدد ویژه‌ی فرمول بالا عددی است که با مطالعه بر روی تعداد محمول‌های به‌کار رفته در $\psi_{x_1x_2\ldots x_n}$ و تعداد مواضع هر یک از این محمول‌ها به‌دست می‌آید و آن نیز کرانی برای تست اعتبار متناهی فرمول مورد نظر، درست به همان ترتیب بالا، به‌دست می‌دهد. نویسنده هیچ توضیح نمی‌دهد که اولاً چرا چنین اعدادی باید به‌طور یکتا تعیین شود و ثانیاً چرا ممکن است که این اعداد متمایز از هم باشند (در صفحات (76-82) نمونه‌های متعددی از فرمول‌هایی آمده است که عدد مطلق و عدد ویژه‌شان برابر نیست).

نویسنده سعی می‌کند تا روشی برای محاسبه‌ی این اعداد پیشنهاد کند (85-89). هیچ توضیحی هم نمی‌دهد که چرا این روش‌ها *واقعاً* منتهی به محاسبه‌ی اعداد مطلوب می‌شود. ایشان هم‌چنین نتایج برخی محاسبات خودش درباره‌ی عدد مطلق فرمول‌هایی با یک تا پنج سور را نیز در چند جدول ذکر می‌کند (90-95). در نهایت ماحصل همه‌ی گفته‌های مغشوش و سردرگم این فصل از کتاب در دو حدس خلاصه می‌شود. حدس‌هایی که احتمالاً مهم‌ترین ادعاهای کل این کتاب هستند:

حدس ۱: فرمولی به شکل $Qx_1Qx_2....Qx_q\psi_{x_1x_2...x_q}$ را در نظر بگیرید و فرض کنید $\psi_{x_1x_2...x_q}$ تنها دربردارنده‌ی یک محمول‌نشانه‌ی p موضوعی (به نحوی که $q \geq 3$ و $p \geq 2$) باشد. در این شرایط اگر فرمول مذکور q^p-معتبر باشد، آن‌گاه q^p+1-معتبر و دارای دستِ‌کم اعتبار متناهی نیز هست (82).

حدس ۲: فرمولی به شکل $Qx_1Qx_2....Qx_q\psi_{x_1x_2...x_q}$ را در نظر بگیرید و فرض کنید $\psi_{x_1x_2...x_q}$ دربردارنده‌ی محمول‌نشانه‌هایی باشد که بیش‌ترین تعداد مواضع آن‌ها $p_{\max}$ (به نحوی که $q \geq 3$ و $p_{\max} \geq 2$) باشد. در این شرایط اگر فرمول مذکور $q^{p_{\max}}$-معتبر باشد، آن‌گاه $q^{p_{\max}}+1$-معتبر و دارای دستِ‌کم اعتبار متناهی نیز هست (83).

البته به‌نظر می‌رسد که حدس اول حالت خاصی از حدس دوم است و نیازی به ذکر هر دوی آن‌ها نیست. این دو حدس با قدری تفاوت بی‌اهمیت در کتاب فارسی هم آمده‌اند [۹۴-۹۳ و ۷]. با این تفاوت که نویسنده در آن‌جا آن‌ها را قضیه می‌نامند. در هر حال نویسنده از قضیه نامیدن این دو حکم عقب‌نشینی کرده است و مخاطبان را به اثبات آن دو حدس دعوت می‌کند (83). دستِ‌کم در یک مورد دیگر هم ادعای نویسنده نسبت به آن‌چه در کتاب فارسی آمده است متواضعانه‌تر شده است. طبق قضیه‌ی تراخن‌بروت هیچ الگوریتمی وجود ندارد که با استفاده از آن بتوان درباره‌ی اعتبار متناهی یک فرمول درست‌ساخت در زبان منطق محمولاتی که دارای محمولات چندموضعی است، تصمیم‌گرفت (65). نویسنده در کتاب فارسی ادعا می‌کند که نتایج پژوهش‌های او با این قضیه "آخشیج‌گونه" [آخشیج=تناقض] است [IX]. خوش‌بختانه در کتاب انگلیسی این ادعا تکرار نمی‌شود و صرفاً به طرح این نکته اکتفا می‌شود که برای برخی فرمول‌های به‌خصوص منطق مرتبه‌ی اول می‌توان چنین الگوریتمی پیدا کرد.

چنان‌که گفتیم این دو حدس مهم‌ترین ادعاهای فصل اول کتاب و به تعبیری مهم‌ترین ادعاهای کل کتاب هستند. نویسنده در بخش‌های دیگر این فصل همین دو حدس را تعمیم می‌دهد و حدس‌هایی ارائه می‌دهد درباره‌ی منطق محمولات مرتبه‌ی اولی که دارای ادات این‌همانی است (104) و نیز درباره‌ی منطق محمولات مرتبه‌ی اولی که دارای عمل‌گرهای تابعی است (111). این حدس‌ها تنها مطالب اثبات نشده‌ی کتاب نیستند. نویسنده تقریباً هیچ مطلب جدی و مهم و جالبی را اثبات نکرده است. حتی حکمی نسبتاً ساده اما مهم مانند این‌که هر فرمول مرتبه‌ی اول را می‌توان به‌صورت نرمال پیش‌وندی نوشت بدون ارائه‌ی هیچ اثباتی فرض می‌گیرد (49). در عوض با وسواس بسیار به برخی مسئله‌های ساده می‌پردازد که در حد تمرین‌های یک کتاب مقدماتی منطق است. مثلاً با زحمت بسیار تلاش می‌کند تا تعداد مؤلفه‌های اتمی بسط برخی جملات مرتبه‌ی اول را نسبت به دامنه‌هایی با تعداد اعضای متفاوت محاسبه کند (57-54). یا مثلاً به‌طور مفصل توضیح می‌دهد که چه‌طور فرمول‌هایی بسازیم که فقط و فقط در تعبیرهایی با دامنه‌های n عضوی، به ازای یک n به‌خصوص، صادق باشند (23-22).

۴. ضمیمه‌ی دوم کتاب

چنان‌که پیش‌تر گفتیم این کتاب دارای دو ضمیمه است. ضمیمه‌ی اول درباره‌ی پارادکس دروغ‌گو است. در این ضمیمه نویسنده تقریری خاص از پارادکس دروغ‌گو را در نظر می‌گیرد و نشان می‌دهد که در این تقریر تناقضی وجود ندارد. من قصد پرداختن به این ضمیمه را ندارم. در عوض به ضمیمه‌ی دوم می‌پردازم که بنا بر ادعای نویسنده دربردارنده‌ی حدسی جدید در نظریه‌ی اعداد است. نویسنده برای بیان این حدس ابتدا مفهوم اعداد دوم (second) را معرفی می‌کند. یک عدد دوم حاصلضرب دو عدد اول است. در عرف ریاضی‌دانان این اعداد نیمه‌اول (semiprime)، و نه دوم، نامیده می‌شوند. علی‌ای‌حال حدس نویسنده این است:

حدس ۳: هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۳ (چه فرد باشد و چه زوج) را می‌توان به‌صورت مجموع یک عدد اول و یک عدد دیگر که حداکثر دوم است (یعنی یا اول است و یا دوم) نمایش داد (186).

به‌سادگی می‌توان نشان داد که این حدس ترکیبی از حدس گلدباخ با حدس لموآن-لوی[۱] (Lemoine-Levy's conjecture) است. بنا بر حدس گلدباخ هر عدد زوج بزرگ‌تر از ۲ را می‌توان به‌صورت مجموع دو عدد اول نوشت؛ یعنی به‌صورت $p+q$ که در آن p و q اول هستند. بنا بر حدس لموآن-لوی هر عدد فرد بزرگ‌تر از ۵ را می‌توان به‌صورت مجموع یک عدد اول و دو برابر یک عدد اول نوشت؛ یعنی به‌صورت $p+2q$ که در آن p و q اول هستند. حال فرض کنید که هر دوی این حدس‌ها صادق باشند (مقاله‌ی (Tan 2011) را درباره‌ی برخی نتایج اخیر مرتبط با این دو حدس ببینید). در این صورت همه‌ی اعداد زوج بزرگ‌تر از ۳ را می‌توان به‌صورت مجموع دو عدد اول نوشت. یعنی این اعداد حکم مذکور در حدس ۳ را محقق می‌کنند. به‌علاوه همه‌ی اعداد فرد بزرگ‌تر از ۵ را طبق حدس لموآن-لوی می‌توان به‌صورت $p+2q$ نوشت که در آن p یک عدد اول و $2q$ یک عدد دوم است. بنابراین اعداد فرد بزرگ‌تر از ۵ هم حکم مذکور در حدس ۳ را برآورده می‌کنند. خود عدد ۵ را هم می‌توان به‌صورت مجموع دو عدد اول ۲ و ۳ نوشت.

بنابراین همه‌ی اعداد طبیعی بزرگ‌تر از ۳ حکم مذکور در حدس ۳ را برآورده می‌کنند. یعنی اگر دو حدس گلدباخ و لموآن-لوی صادق باشد، حدس ۳ نیز صادق است. با این همه علی‌الاصول حدس ۳ ضعیف‌تر از مجموع دو حدس دیگر است. این حدس یکی از معدود مطالب جالب این کتاب است. هر چند که متأسفانه فقط حدس است و ربطی هم به نظریه‌ی تصمیم ندارد.

۵. جمع‌بندی

مطالب این کتاب به سه دسته‌ی کلی تقسیم می‌شوند: (الف) مطالبی که مهم هستند اما بدون اثبات رها شده‌اند. سه حدس ۱، ۲ و ۳ نمونه‌ای از این مطالب هستند. (ب) مطالبی که مهم نیستند اما با وسواس بسیار بررسی شده‌اند. محاسبه‌ی تعداد مؤلفه‌های اتمی بسط یک جمله‌ی مرتبه‌ی اول نمونه‌ای از این مطالب است. (پ) مطالبی که آن‌قدر مبهم و آشفته بیان شده‌اند که به سختی می‌توان آن ها را فهمید و درباره‌ی اهمیت یا بی‌اهمیتی آن‌ها قضاوت کرد. مطالبی که درباره‌ی مفهوم عدد مطلق و عدد ویژه گفته شده نمونه‌ای از این مطالب هستند. بیان نویسنده در اکثر موارد آن‌قدر مغشوش و دور از عرف ریاضی‌نویسی (و به نظر من، دور از عرف

[1] Lemoine-Levy's conjecture

علمی‌نویسی) است که تشخیص این امر که هر مطلب کتاب جزء کدم دسته از مطالب بالا قرار می‌گیرد شبیه کشف رمز است.

خلاصه می‌کنم: بیان نامنضبط و مغشوش مطالب، روشن نبودن مسئله‌ی اصلی هر بخش کتاب، بی‌دقتی نویسنده کتاب در ارائه‌ی تعاریف و بی‌اعتنایی به ضرورت ارائه‌ی برهانی دقیق (نه لزوماً صوری) برای هر ادعا، آن هم در کتابی با موضوع منطق ریاضی، برای مخاطبِ اهل فن توهین‌آمیز و عصبانی‌کننده است.

پانوشت

۱. عددهای داخل ( ) به شماره‌ی صفحات کتاب (Adib-Soltâni 2012) و عددهای داخل [ ] به شماره‌ی صفحات کتاب (ادیب‌سلطانی ۱۳۷۳) ارجاع دارند.

تشکر

از آقایان دکتر محمد اردشیر، دکتر ضیاء موحد و دکتر نصرالله موسویان که این نقد را خواندند و پیشنهادات سودمندی برای رفع برخی نواقص آن دادند، متشکرم.

مراجع

ادیب‌سلطانی، میرشمس‌الدین، ۱۳۷۳، پژوهشی در *پیرامون مسئله‌ی تصمیم در منطق: طرح چند خوارزمیک تحلیلی-معنایی*، تهران: مؤسسه‌ی انتشارات امیرکبیر.

اردشیر، محمد، ۱۳۸۳، *منطق ریاضی*، تهران: انتشارات هرمس.

Adib-Soltâni, M. Š., 2010, *The Question of The Left and Its Future: Notes of An Onlooker*, Tehran: Hermes.

Hausman, Alan and **Kahane**, Howard and **Tidman**, Paul, 2010, *Logic and Philosophy: A Modern Introduction*, 11th ed., Wadsworth Publishing.

Tan, S. G., 2011, "On the Representation of Even Numbers as the Sum and Difference of Two Primes and the Representation of Odd Numbers as the Sum of an Odd Prime and an Even Semiprime and the Distribution of Primes in Short Intervals", *arXiv preprint arXiv:1110.3465*.

فراخوان ارسال مقالات به دومین سمینار سالانه‌ی انجمن منطق ایران

انجمن منطق ایران دومین سمینار سالانه‌ی خود را آبان ۱۳۹۳ در تهران برگزار می‌کند. حوزه‌های پژوهشی مرتبط عبارت‌اند از: ۱. منطق ریاضی، ۲. منطق فلسفی، ۳. فلسفه‌ی ریاضیات، ۴. فلسفه‌ی منطق، ۵. منطق قدیم، ۶. تاریخ منطق، ۷. منطق و علوم رایانه، ۸. منطق کاربردی، ۹. منطق و روش‌شناسی و ۱۰. آموزش منطق. از علاقه‌مندان دعوت می‌شود تا خلاصه‌ی مقالات خود را، در ۱۲۰۰ تا ۱۵۰۰ کلمه، به این نشانی ارسال کنند:

ial2014conference@gmail.com

پایان مهلت ارسال مقالات ۳۰ خرداد ۱۳۹۳ است. لازم به ذکر است که به دلیل همکاری گروه منطق ریاضی پژوهشگاه دانش‌های بنیادی با انجمن منطق ایران و مشارکت در برگزاری دومین سمینار سالانه‌ی انجمن منطق ایران، سمینار سالانه‌ی ″منطق ریاضی و کاربردهای آن″ در سال ۱۳۹۳ برگزار نمی‌شود. لذا از کسانی که علاقه‌مند به حضور در سمینار سالانه‌ی ″منطق ریاضی و کاربردهای آن″ بودند نیز دعوت می‌شود تا برای شرکت در دومین سمینار سالانه‌ی انجمن منطق ایران اقدام کنند. شورای علمی دومین سمینار سالانه‌ی انجمن منطق ایران:

- محمد اردشیر(دانشگاه صنعتی شریف)
- مسعود پورمهدیان (دانشگاه صنعتی امیرکبیر و پژوهشگاه دانش‌های بنیادی)
- ضیاء موحد (موسسه‌ی پژوهشی حکمت وفلسفه ایران)

نتیجه‌ی ارزیابی مقالات تا ۳۰ شهریور ۱۳۹۳ اعلام خواهد شد.

هیئت مدیره‌ی انجمن منطق ایران

انجمن منطق ایران
Iranian Association for Logic

خبرنامه‌ی انجمن منطق ایران

صاحب امتیاز: انجمن منطق ایران

سردبیر این شماره: محمدصالح زارع‌پور